

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

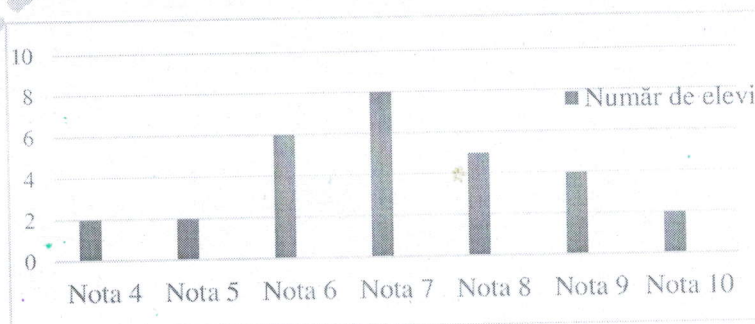
5p	1. Rezultatul calculului $15 - (3 + 4)$ este egal cu: a) 3 b) 8 c) 16 d) 22
5p	2. Știind că $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, $y \neq 0$, rezultatul calculului $2x - 5y + 10$ este egal cu: a) 0 b) 7 c) 10 d) 17
5p	3. Produsul dintre numărul 3 și opusul numărului 3 este egal cu: a) -9 b) -6 c) 0 d) 1
5p	4. Numărul care reprezintă $\frac{2}{3}$ din 12 este egal cu: a) 2 b) 4 c) 8 d) 12

- 5p 5. Profesorul întreabă care este cel mai mare număr întreg din intervalul $(-2,5)$. Răspunsurile date de elevii Andreea, Marina, David și Vlad sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Andreea	Marina	David	Vlad
-3	-2	5	4

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect la întrebarea profesorului este:

- a) Andreea
b) Marina
c) David
d) Vlad
- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute la un test la matematică, de către elevii unei clase a VIII-a.



Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, la acest test, nota 7 a fost obținută de 10 elevi.” este:

- a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

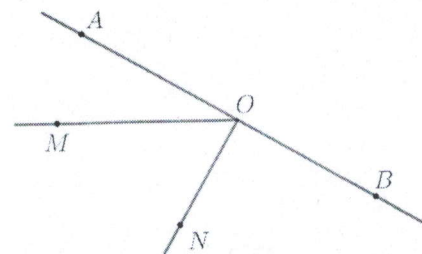
- 5p 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A , B , C și D , în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului AC este egală cu 10 cm. Lungimea segmentului AD este egală cu:

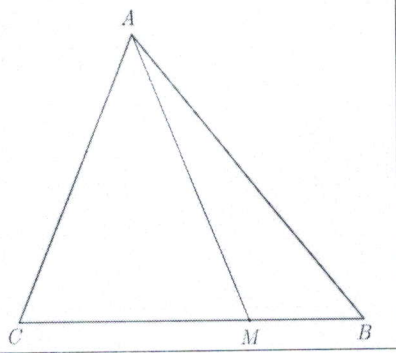
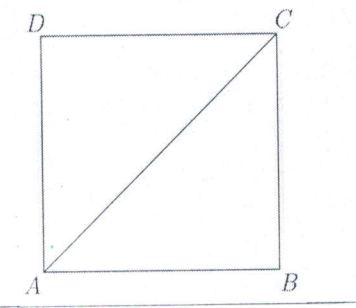
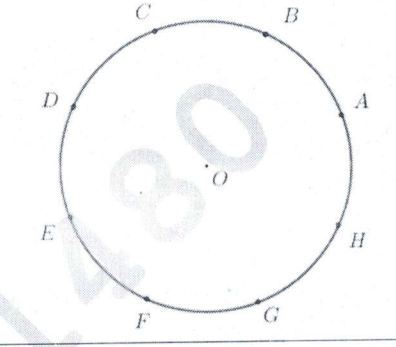
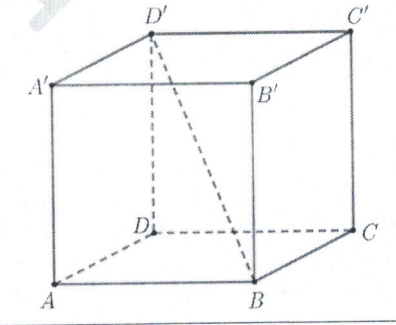
- a) 5 cm
b) 10 cm
c) 15 cm
d) 20 cm



- 5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A , O și B , în această ordine. Punctele M și N sunt de aceeași parte a dreptei AB , astfel încât măsura unghiului MOA este egală cu 30° și dreapta ON este perpendiculară pe dreapta AB . Măsura unghiului MON este egală cu:

- a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°



5p	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu aria de 15 cm^2. Punctul M se află pe segmentul BC, astfel încât $BC = 3 \cdot BM$. Aria triunghiului AMC este egală cu:</p> <p>a) 5 cm^2 b) $7,5 \text{ cm}^2$ c) 10 cm^2 d) $12,5 \text{ cm}^2$</p>	
5p	<p>4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu perimetrul egal cu 40 cm. Lungimea segmentului AC este egală cu:</p> <p>a) 10 cm b) $10\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $10\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 20 cm</p>	
5p	<p>5. În figura alăturată, punctele distincte A, B, C, D, E, F, G și H sunt reprezentate pe cercul de centru O, astfel încât arcele mici $AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH$ și HA sunt congruente. Măsura arcului mic BC este egală cu:</p> <p>a) 30° b) 45° c) 60° d) 75°</p>	
5p	<p>6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 5 \text{ cm}$. Lungimea segmentului BD' este egală cu:</p> <p>a) 5 cm b) $5\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $5\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 10 cm</p>	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	<p>1. Maria are 14 ani și tatăl ei are 40 de ani. (2p) a) Este posibil ca, peste 2 ani, suma dintre vârsta Mariei și vârsta tatălui ei să fie egală cu 60 de ani? Justifică răspunsul dat.</p>
<p><i>Peste 2 ani : Maria : $14 + 2 = 16$ ani Tatăl : $40 + 2 = 42$ ani Suma NU e posibil/să fie 60 ani <u>58</u> ani</i></p>	

(3p) b) Determină peste câți ani vârsta Mariei va fi jumătate din vârsta tatălui ei.

Fie x numărul de ani căutat.

$$(4+x) \cdot 2 = 40 + x \quad \text{deci} \quad 28 + 2x = 40 + x$$

$$x = 12$$

Peste 12 ani Maria va avea 26 de ani
Tatăl Mariei va avea 52 de ani, 26×2 ✓

5p 2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} \right) : \frac{x+3}{5(x+1)}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

(2p) a) Arată că $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+1}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{x+1+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1}$$

$$\forall x \neq -2 \text{ și } \forall x \neq -1$$

(3p) b) Determină suma soluțiilor ecuației $E(x) = \frac{x-3}{8}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

$$E(x) = \frac{5(x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x-3}{8} \Rightarrow \frac{5}{x+3} = \frac{x-3}{8}$$

$$\Leftrightarrow 40 = x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 - 49 = 0$$

Pentru o ecuație de gradul 2:

$ax^2 + bx + c = 0$ suma soluțiilor este $-b/a$

deci pentru $E(x) = \frac{x-3}{8}$ $x_1 + x_2 = 0$

Probe: $x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 49$

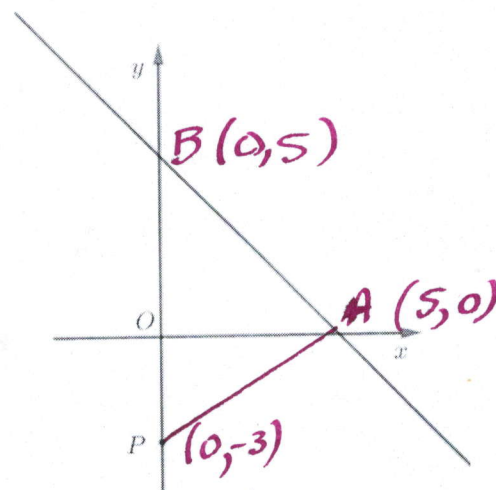
$$x_1 = 7 \quad x_2 = -7 \quad x_1 + x_2 = 7 - 7 = 0$$

5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 5$.

(2p) a) Arată că $f(4) + f(6) = 0$.

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= -4 + 5 = 1 \\ f(6) &= -6 + 5 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$f(4) + f(6) = 1 - 1 = 0.$$



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Calculează distanța de la punctul $P(0, -3)$ la dreapta AB .

$$A_{\Delta ABP} = \frac{BP \cdot AO}{2} = \frac{AB \cdot d(P, AB)}{2}$$

Dar: $BP = 8$ și $AB^2 = BO^2 + AO^2$ de unde
 $AO = 5$ $AB = 5\sqrt{2}$

deci $d(P, AB) = \frac{BP \cdot AO}{AB} = \frac{40}{5\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

$$\boxed{d(P, AB) = 4\sqrt{2}}$$

5p

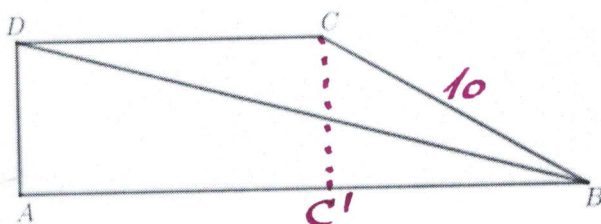
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $BC = 10$ cm. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC și măsura unghiului ABD este egală cu 15° .

(2p) a) Determină măsura unghiului BCD .

$$\begin{aligned} \widehat{BCD} &= 360 - \widehat{CDA} - \widehat{DAB} - \widehat{ABC} \\ &= 360 - 90 - 90 - \widehat{ABC} \\ \text{Cum } \widehat{ABD} &= \frac{\widehat{ABC}}{2} = 15^\circ \end{aligned}$$

avem $\widehat{ABC} = 30^\circ$ deci

$$\widehat{BCD} = 180 - 30 = 150^\circ$$



(3p) b) Arată că $AB - AD < 14$ cm.

ΔDCB isoscel* deci $DC = 10 = AC'$ (CC' e perpendiculară din C pe AB)

$$* DC \parallel AB \Rightarrow \widehat{CDB} = \widehat{DBA} = \widehat{CBD}$$

dar: $\widehat{C'CB} = 30^\circ$ iar cateta care se opune unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză, deci $CC' = 5$;

$$C'B = \sqrt{BC^2 - CC'^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{deci } AB = 10 + 5\sqrt{3}$$

$$AD = 5 \text{ deci } AB - AD = 5 + 5\sqrt{3} \quad 5\sqrt{3} < 9$$

$$\text{deci } \boxed{AB - AD < 14}$$

5p

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 9\sqrt{10}$ cm și $AC = 30$ cm. Dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , iar punctul M este mijlocul segmentului CD . Dreptele BC și AM se intersectează în punctul E , iar dreptele OE și CD se intersectează în punctul P .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 270 cm².

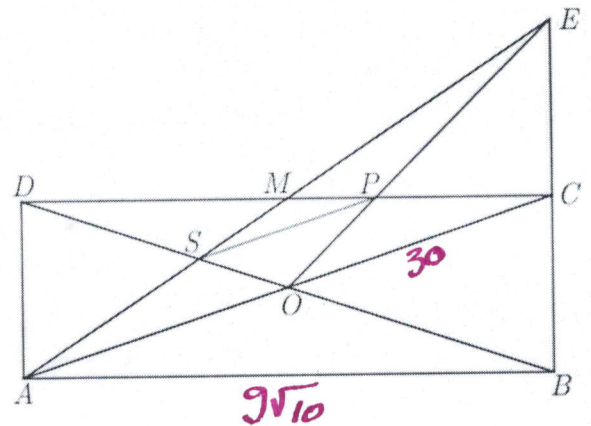
$$CB^2 + |10,8|^2 = 30^2$$

$$CB^2 = 900 - 810 = 90$$

$$CB = 3\sqrt{10}$$

$$A_{ABCD} = CB \cdot AB = 3\sqrt{10} \cdot 9\sqrt{10}$$

$$= 27 \cdot 10 = 270$$



$$A_{ABCD} = 270$$

(3p) b) Arată că lungimea segmentului SP este egală cu 10 cm, unde S este punctul de intersecție a dreptelor AM și BD .

① $\triangle DSM \sim \triangle ASB$ ($DM \parallel AB \Rightarrow$ unghiurile $\triangle DSM$ și $\triangle ASB$ sunt egale)

$$\Rightarrow \frac{MS}{SA} = \frac{DM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MS}{MS+SA} = \frac{MS}{MA} = \frac{1}{3} \text{ dar}$$

② în $\triangle EAC$ P este intersecția medianelor \Rightarrow
 $\frac{MP}{MC} = \frac{1}{3}$

① și ② $\Rightarrow \frac{MS}{MA} = \frac{MP}{MC}$ deci prin reciproca teoremei lui Thales obținem $SP \parallel AC \Rightarrow \frac{SP}{AC} = \frac{MS}{MA} = \frac{1}{3}$

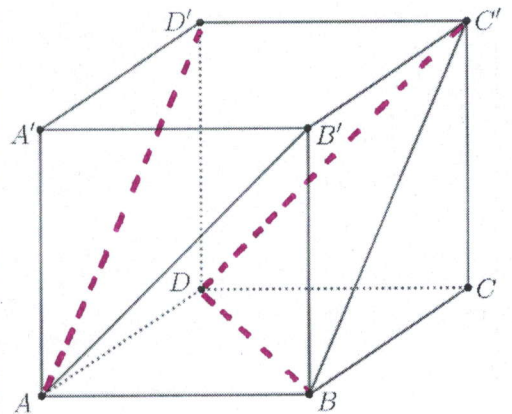
$$\Rightarrow SP = \frac{AC}{3} = 10 \text{ cm}$$

$$SP = 10 \text{ cm}$$

5p

6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 10 \text{ cm}$.
(2p) a) Arată că măsura unghiului dreptelor AB' și BC' este egală cu 60° .

$AD' \parallel BC'$ (1)
 $\Delta AD'B'$ este echilateral
 $(AB' = B'D' = AD' = 10\sqrt{2})$
 deci $\widehat{D'AB'} = 60^\circ$ (2)
 din (1) și (2) \Rightarrow
 măsura unghiului
 dreptelor AB' și BC' este de 60° .



(3p) b) Calculează distanța de la punctul C la planul (BDC') .

Considerăm piramida triunghiulară $CBDC'$
 Volumul, V , al piramidei $CBDC'$ =
 $V_{CBDC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{BC \cdot CC' \cdot CD}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{d(C, BDC') \cdot A_{\Delta BDC'}}{1}$
 dar $A_{\Delta BDC'} = \frac{BD \cdot d(C', DB)}{2}$
 $d^2(C', DB) = BC'^2 - \frac{BD^2}{4} = (10\sqrt{2})^2 - \frac{(10\sqrt{2})^2}{4} = 150$
 $d(C', DB) = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$ deci $A_{\Delta BDC'} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{3}$
 $d(C, BDC') = \frac{BC \cdot CC' \cdot CD}{2 \cdot A_{\Delta BDC'}} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{100\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$
 $d(C, BDC') = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$